

## XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

Apellidos:	
Nombre:	
Colegio:	
Localidad:	
Sede de la prueba <sup>(1)</sup> :	

<sup>(1)</sup> Cartagena / Lorca / Murcia

**NOTA:** *Por favor, RELLENA ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y no pongas nada en la casilla N.º*

RECUERDA LAS INSTRUCCIONES:

- ✓ No pongas el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.
- ✓ No escribas nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.
- ✓ Cada problema se hace en su hoja y si te falta sitio, pides un folio que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.
- ✓ No se entregarán hojas para escribir en sucio. Para ello, puedes usar la propia hoja del problema y si te falta sitio después, pedir otra hoja que se añade, tal como figura en el punto anterior. Puedes tachar lo que quieras.
- ✓ Sólo se puede tener sobre la mesa bolígrafos o lápices, borrador si quieres y la prueba, que en ningún caso se puede desgrapar. Calculadora NO. Tampoco otro dispositivo electrónico.
- ✓ Hay que explicar lo que se hace dando razones, de cualquier forma que se sepa o se pueda explicar. Presta atención a los enunciados de los problemas, en algunos se exige explicar las respuestas.
- ✓ Si tienes alguna duda no la preguntes en voz alta. Antes lee el enunciado de nuevo con atención. Seguro que lo entiendes mejor.
- ✓ Cuando hayas entregado la prueba has de buscar a tus profesores o acompañantes. En la cafetería podrás canjear el vale que te damos por un desayuno.

*Y, ANTE TODO, disfruta este tiempo que pasas pensando cómo resolver los problemas propuestos. Ten en cuenta que un concurso como este, con problemas no previstos, no es como un examen habitual. Puedes desempeñar un papel muy bueno, aunque no lo resuelvas entero correctamente. En cada problema cuenta lo que hagas y cómo lo hagas, aunque no hayas completado la solución a un apartado o te falten algunos apartados por contestar.*

***¡ÁNIMO Y BUENA SUERTE!***

**XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia**

2.º de ESO

## PROBLEMA 1

### Apartado A

Lee las siguientes frases. Se refieren a propiedades que solo las cumplen determinados números.

*Propiedad 1:* «Hay números que son iguales a la suma de los cubos de sus cifras»

*Propiedad 2:* «Hay números que se pueden obtener como el producto de la suma de sus cifras por el número que resulta de invertir el orden del número obtenido al sumar sus cifras (1)»

(1) Ejemplo: si el número fuese 43, el número con sus mismas cifras invertidas sería el 34.

**a)** Comprueba cuáles de los siguientes números cumplen la *propiedad 1* y cuáles no:

153 154 370 371 402 407

**b)** En esta cuestión tienes que decir cuáles de los siguientes números cumplen la *propiedad 2* y cuáles no:

1729 7241 1458

**XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia**

2.º de ESO

**c)** ¿Puede existir un número de 5 cifras que cumpla la propiedad 1? ¿Por qué?

¿Y la propiedad 2? ¿Por qué?

Si los hay, escribe algunos ejemplos.

## Apartado B

Un profesor propone a sus alumnos hacer un dibujo dándoles una de estas instrucciones:

*«Dibuja una circunferencia y después un cuadrado, de modo que uno de los lados del cuadrado sea el diámetro de la circunferencia»*

*«Traza un segmento vertical. Señala el punto medio y traza una circunferencia con centro en ese punto y que pase por los extremos del segmento. Ahora, traza un cuadrado de manera que el segmento que dibujaste sea uno de sus lados»*

*«Dibuja un cuadrado y una circunferencia, de manera que la circunferencia pase por el centro y por dos de los vértices del cuadrado»*

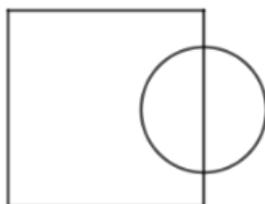
Cualquiera de estas tres instrucciones es válida y aquel alumno que la ha sabido interpretar correctamente tendría que hacer este dibujo (o uno igual, pero en otra posición o girado, y quizá de diferente tamaño):



Si, por el contrario, el profesor, teniendo por objetivo que los alumnos hicieran el dibujo anterior, hubiese dado a sus alumnos estas otras instrucciones:

*«Dibuja una circunferencia y un cuadrado, de manera que medio círculo esté dentro del cuadrado»*

Los alumnos podrían haber hecho este otro dibujo, que sí corresponde a estas últimas instrucciones, pero que no es el dibujo que el profesor quería que hicieran:



Luego, es importante dar unas instrucciones claras y concretas si queremos obtener aquello que pretendemos.

**Escribe unas instrucciones para que la persona que las lea sea capaz de realizar exactamente los dibujos que tienes abajo.**

Recuerda que si alguien, cumpliendo todas tus instrucciones, puede dibujar la figura que te damos, pero también podría dibujar otra distinta, que respondiera a las

**XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia**

2.º de ESO

mismas instrucciones, como pasaba en el último ejemplo, entonces es que la descripción que has hecho no es del todo buena.

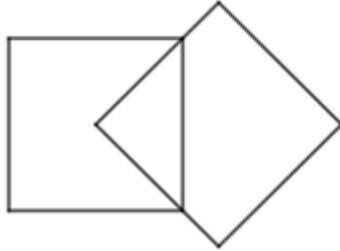


Figura 1

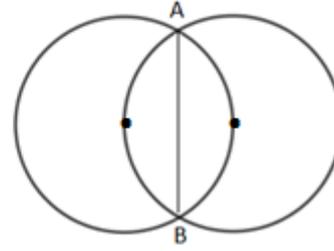


Figura 2

Instrucciones para la figura 1:

Instrucciones para la figura 2:

## XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

2.º de ESO

### PROBLEMA 2

Disponemos de monedas de 1 € y monedas de 2 €, todas las que queramos de cada clase.

Se trata de pagar la cantidad que nos pidan, sin decimales, pero dando el mismo número de monedas de 1 € que de 2 €, y si no se puede dar la misma cantidad de ambas monedas, pagar de manera que la diferencia entre el número de monedas de una clase y el número de monedas de la otra clase sea la menor posible.

**a)** De acuerdo con la condición anterior, completa la siguiente tabla:

Cantidad a pagar (€)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
N.º monedas de 1 €															
N.º monedas de 2 €															

**b)** ¿Para qué cantidades podemos pagar con la misma cantidad de monedas de 1 euro que de monedas de 2 euros?

En ese caso, explica cómo se puede calcular, una vez que nos digan una cantidad de euros, el número de monedas de cada clase que tendrías que usar. Explícalo y pon dos ejemplos, uno en el que la cantidad que hay que pagar sea un número de una cifra y otro con un número de tres cifras.

**c)** ¿Para qué clase de números tendríamos que pagar *con más monedas de 1 euro que monedas de 2 euros*, ¿cómo serían esos números?

¿De qué forma puedes calcular el número de monedas de 1 euro que tendrías que usar? Explícalo con dos ejemplos, uno en el que la cantidad a pagar sea un número de dos cifras y otro un número de tres cifras.

XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

2.º de ESO

**d)** Si tenemos que pagar con *más monedas de 2 euros que monedas de 1 euro*, ¿cómo serían las cantidades que hay que pagar?

Explica cómo puedes calcular el número de monedas de 2 euros que tendrías que usar. Escribe dos ejemplos, uno en el que la cantidad a pagar sea un número de dos cifras y otro un número de tres cifras.

**e)** Responde a los apartados b, c y d en el caso de que a la cantidad que hemos de pagar la llamemos **n**. Exprésalo mediante una expresión algebraica o una fórmula.

### PROBLEMA 3

Puri y Antonio, que son primos y tienen distintas edades, cumplen años en agosto. En el año 2022 se ha dado una circunstancia curiosa: las cifras del número que nos dice la edad de Puri, que es la mayor, coinciden con las de su primo Antonio, pero colocadas en orden distinto. Ejemplo: si Puri tuviese 54 años, Antonio tendría 45. Sabemos que la edad de Puri es inferior a 25 años y que ninguna de las cifras del número de años que ha cumplido es cero.

Responde razonadamente:

a) ¿Qué edad tiene cada uno?

b) ¿Cuál es el próximo año en el que se volverá a dar esta circunstancia?

c) ¿Cada cuántos años volverá a ocurrir el intercambio de cifras en las edades de estos primos?

¿Ocurriría lo mismo con las edades de otras dos personas en las que se diera esta circunstancia, aunque no sepamos si la edad de alguno de ellos es inferior o no a 25 años? Explícalo mediante unos ejemplos.

**XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia**

2.º de ESO

## PROBLEMA 4

Vamos a jugar con dados.

Sobre una mesa hay una fila de 12 dados aparentemente iguales. Hay dos tipos: verdaderos y falsos; 7 son verdaderos y 5 falsos. Los falsos siempre están colocados uno al lado del otro, es decir, los cinco seguidos.



Todos los dados verdaderos pesan lo mismo. Los falsos pesan todos lo mismo, pero cada uno de ellos pesa menos que uno cualquiera de los verdaderos.

El juego consiste en encontrar, al menos, un dado falso, sabiendo que:

- Sólo dispones de una balanza de dos platillos.
- No puedes usar pesas.
- Tienes que pesar solo dos dados.
- Puedes pesar sólo una vez.



Explica qué harías para encontrar al menos un dado del que puedas afirmar, con seguridad, que es falso.

**a) En la fila hay 12 dados y 5 de ellos son falsos.**

b) La fila está formada por **16 dados y 5** de ellos **son falsos**.

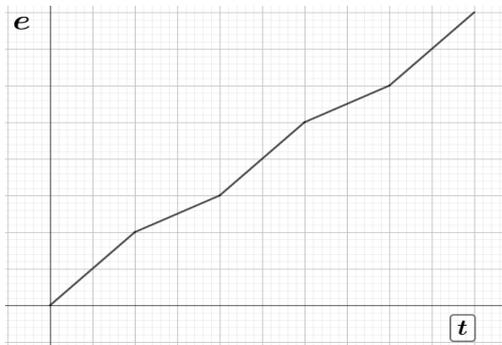
## PROBLEMA 5

Consideremos las siguientes situaciones:

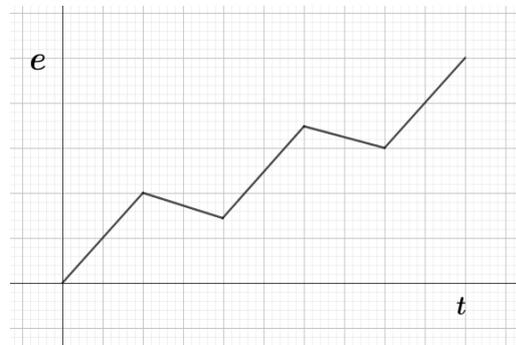
**Situación 1:** Un ciclista recorre un trayecto a velocidad constante, pero va haciendo paradas para descansar durante el recorrido.

**Situación 2:** Una persona recorre un trayecto, sin pararse, unos ratos andando y otros ratos corriendo. Cuando corre lo hace siempre a la misma velocidad. Cuando anda también anda siempre a la misma velocidad, pero esta velocidad es menor que cuando corre.

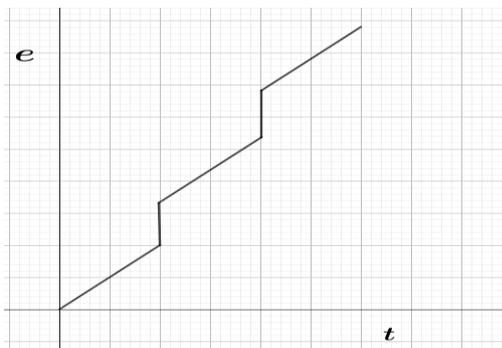
Aquí tienes varias gráficas:



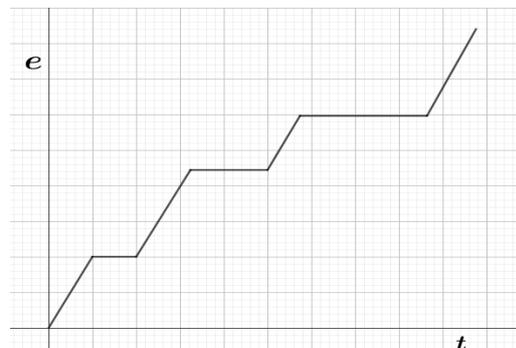
Gráfica 1



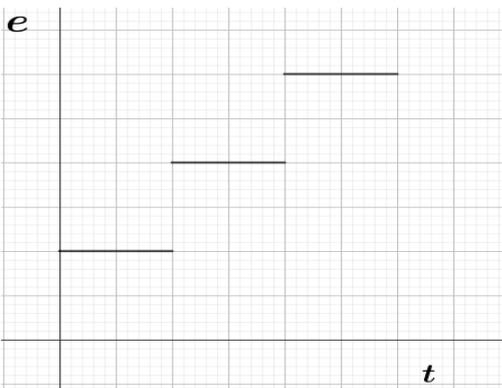
Gráfica 2



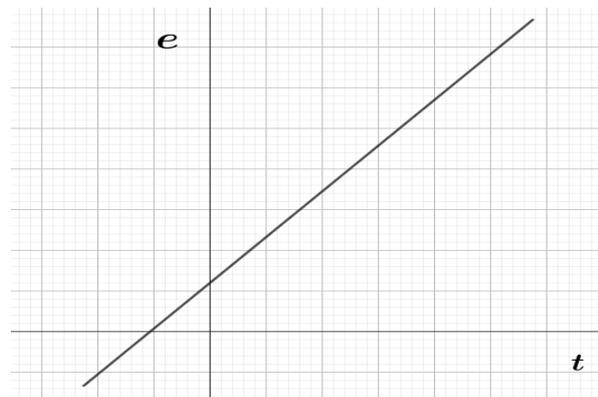
Gráfica 3



Gráfica 4



Gráfica 5



Gráfica 6

### XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

2.º de ESO

De las gráficas anteriores, donde en el eje horizontal representamos tiempo,  $t$ , en unidades de tiempo, y en el eje vertical espacio recorrido,  $e$ , en unidades de longitud, tienes que elegir:

- Aquella o aquellas que pueden representar la situación 1.
- Aquella o aquellas que pueden representar la situación 2.

Explica, en cada caso, por qué has elegido estas gráficas y por qué cada una de las restantes gráficas no pueden representar ninguna de estas dos situaciones.

Para responder puedes utilizar estas tablas:

Situación 1	N.º	Explicación
Gráfica/as que la representan		
No la representan		

### XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

2.º de ESO

<b>Situación 2</b>	<b>N.º</b>	<b>Explicación</b>
Gráfica/as que la representan		
No la representan		